

Wortelfuncties

1 maximumscore 6

- (De grafieken van f en g snijden elkaar in $(0, 0)$ dus) er moet gelden:

$$\int_0^a \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x} \right) dx = \int_a^4 \frac{1}{2}\sqrt{x} dx \quad (\text{ofwel} \quad \int_0^a \frac{1}{2}\sqrt{x} dx = \int_a^4 \frac{1}{2}\sqrt{x} dx) \quad 2$$

- Een primitieve van $\frac{1}{2}\sqrt{x}$ is $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 1
- Invullen van de grenzen geeft $\frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3} - \frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}}$ 1
- Dit geeft $a^{\frac{3}{2}} = 4$ 1
- Dus $a = \sqrt[3]{16}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Wegens $f(x) = 2 \cdot g(x)$ zijn de begrensde vlakdelen links van $x = a$ even groot en rechts van $x = a$ ook, dus moeten de vier begrensde vlakdelen even groot zijn 1
- Er moet gelden: $\int_0^a \sqrt{x} dx = \frac{1}{2} \cdot \int_0^4 \sqrt{x} dx$ (of $\int_0^a \sqrt{x} dx = \int_a^4 \sqrt{x} dx$) 1
- Een primitieve van \sqrt{x} is $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 1
- Invullen van de grenzen geeft $\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{3}$ (of $\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}} = \frac{16}{3} - \frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}$) 1
- Dit geeft $a^{\frac{3}{2}} = 4$ 1
- Dus $a = \sqrt[3]{16}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- De oppervlakte van het ene vlakdeel is $\int_0^a \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x} \right) dx = \int_0^a \frac{1}{2}\sqrt{x} dx$ 1
- $\int_0^a \frac{1}{2}\sqrt{x} dx = \left[\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} \right]_0^a = \frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}}$ 1
- De oppervlakte van het andere vlakdeel is $\int_a^4 \frac{1}{2}\sqrt{x} dx$ 1
- $\int_a^4 \frac{1}{2}\sqrt{x} dx = \left[\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} \right]_a^4 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}}$ 1
- $\frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3} - \frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}}$ geeft $a^{\frac{3}{2}} = 4$ 1
- Dus $a = \sqrt[3]{16}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

2 maximumscore 4

- De coördinaten van P zijn (p, \sqrt{p}) 1
- Voor de coördinaten van M geldt: $x = \frac{1}{2}p + 1$ en $y = \frac{1}{2}\sqrt{p}$ 1
- $h(\frac{1}{2}p + 1) = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}p + 1) - \frac{1}{2}}$ 1
- $\sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}p + 1) - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}p} = \frac{1}{2}\sqrt{p}$ (, dus M ligt op de grafiek van h) 1

of

- De coördinaten van P zijn (p, \sqrt{p}) 1
- Voor de coördinaten van M geldt: $x = \frac{1}{2}p + 1$ en $y = \frac{1}{2}\sqrt{p}$ 1
- $x = \frac{1}{2}p + 1$ geeft $p = 2x - 2$ 1
- Dus $y = \frac{1}{2}\sqrt{2x - 2} = \sqrt{\frac{1}{4}(2x - 2)} = \sqrt{\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}}$ (, dus M ligt op de grafiek van h) 1